

COUP DE BELIER

NOTICE

Dans ce document sont données toutes les indications nécessaires pour réaliser les essais et mesures, et dépouiller les résultats. Le TP fera l'objet d'un *compte-rendu expérimental* préimprimé à remplir au cours de la séance. Il sera remis *en fin de séance*.

Q Les questions sont encadrées dans les textes qui suivent et reproduites sur le compte-rendu pré imprimé. Il faut se limiter strictement à y répondre avec concision, sans dépasser en principe l'espace prévu. En particulier, ne pas recopier ou paraphraser ce qui est dit dans le présent document. Ne donner que les observations faites durant la manipulation, dans la mesure où elles permettent d'expliquer les erreurs et imprécisions.

1. L'INSTALLATION ET LES ESSAIS

La conduite d'eau est alimentée par le réseau urbain (ouvrir le robinet). Un rotamètre permet de lire directement le débit. Un coup de bélier est engendré par fermeture brusque d'une vanne commandée par le bouton poussoir vert situé sur le boîtier de commande. Au bout d'environ 5 secondes la vanne se rouvre automatiquement.

L'essai consiste à enregistrer l'évolution de la pression dans la conduite pour différentes valeurs du débit. L'enregistrement se fait automatiquement et la courbe est visualisée sur l'écran d'un oscilloscope numérique à mémoire.

2. GENERALITES

En général on peut considérer les liquides comme incompressibles. Toutefois les milieux réels présentent une certaine compressibilité dont il faut tenir compte s'il s'y produit de rapides variations de pression (même très petites) : ce sont les phénomènes de compressibilité qui permettent d'expliquer la propagation des ondes élastiques dans les milieux matériels.

Le module d'élasticité ϵ d'un milieu compressible est défini par la relation :

$$\frac{dp}{\epsilon} = \frac{d\rho}{\rho}$$

entre la variation relative $\frac{d\rho}{\rho}$ de la masse volumique et la variation dp qui la produit. Le module ϵ a

les dimensions d'une pression et s'exprime souvent en $N.m^{-2}$.

On introduit également le module de compressibilité K qui est égal à l'inverse de ϵ .

Dans une conduite cylindrique circulaire de diamètre D , d'épaisseur e , constitué par un matériau de module de Young E , la célérité (ou vitesse de propagation) de l'onde plane est :

$$a = \frac{1}{\sqrt{\rho \cdot \left(K + \frac{D}{e \cdot E} \right)}}$$

où ρ est la masse volumique du liquide ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$),
 K est la compressibilité du liquide : $K = 4,88 \cdot 10^{10} \text{ m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$,
 E est le module d'élasticité du matériau formant la conduite.
 Pour le cuivre, $E = 11,5 \cdot 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$,
 e est l'épaisseur de la conduite (m) : $e = 1 \text{ mm}$,
 D est le diamètre de la conduite (m) : $D_{\text{intérieur}} = 12 \text{ mm}$

Q1 Relever les caractéristiques du système et calculer la célérité des ondes

3. LES EQUATIONS DE PROPAGATION

Les coups de bélier sont des surpressions et dépressions qui se propagent dans une conduite quand on modifie le débit q_v en une section S .

Les deux équations différentielles qui définissent le phénomène ont été établies en 1901 par Allievi. Elles sont obtenues en appliquant à une tranche de la canalisation i) le théorème des quantités de mouvement, et ii) l'équation de continuité en faisant intervenir la compressibilité du liquide et l'élasticité des parois. Elles s'écrivent :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad \text{équation de conservation de la quantité de mouvement}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{g}{a^2} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad \text{équation de continuité (conservation de la masse)}$$

où U est la vitesse moyenne dans une section
 h est la hauteur piézométrique

$$h = \frac{P}{\rho \cdot g}, \text{ exprimée en hauteur de fluide (m C.E, mètre de colonne d'eau)}$$

Les équations d'Allievi

Les solutions du système des deux équations différentielles sont données par les équations d'Allievi :

$$h = h_0 + F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right)$$

$$U = U_0 + \frac{g}{a} \left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) \right]$$

F et f sont des fonctions définies par les conditions initiales et aux limites (dont l'expression dépend de la loi de fermeture ou d'ouverture de la vanne), qui représentent deux ondes se propageant dans la conduite, en sens inverse, avec la même célérité a.

h_0 et U_0 sont des constantes, elles représentent respectivement la cote de la ligne piézométrique et la vitesse du fluide (vitesse uniforme dans une section) en l'absence de tout ébranlement : c'est le régime permanent initial.

La quantité $\Delta h = h - h_0$ est l'augmentation de pression, ou *surpression*, qui règne à l'instant t dans une section d'abscisse x. Les surpressions ou dépressions peuvent atteindre des grandeurs assez considérables si la manœuvre de la vanne est suffisamment rapide et il peut résulter de ces chocs des accidents de rupture de la canalisation.

A cause de la viscosité, l'amplitude des ondes de pression et de dépression diminue progressivement.

Le phénomène de surpression qui accompagne une fermeture brusque est un phénomène périodique de période T :

$$T = \frac{4 \cdot L}{a}$$

où L est la longueur de la conduite.

Les ondes élastiques se propagent sans modification dans un milieu isotrope infini, mais sont susceptibles de réflexion et réfraction quand elles rencontrent une surface séparant deux milieux différents. Deux cas importants sont à envisager :

- Quand une onde plane se propageant dans un fluide rencontre normalement une paroi solide rigide, elle se réfléchit sans changer de signe : une onde de compression se réfléchit en une onde de compression.

- Quand une onde plane se propageant dans un fluide rencontre normalement une surface où la pression reste constante (surface libre d'un liquide par exemple), il y a réflexion avec changement de signe : une onde de compression donne naissance à une onde de dépression.

Si la durée de fermeture est inférieure à $2L/a$, on a affaire à une *fermeture brusque* et la surpression atteint la valeur la plus grande qu'elle peut prendre compte tenu des caractéristiques de la canalisation (diamètre, épaisseur des parois) et des conditions initiales U_0 . A l'inverse, si la durée de fermeture est supérieure à $2L/a$, on a affaire à une *fermeture lente* et la surpression est diminuée par suite de l'onde réfléchie qui vient se composer avec l'onde incidente.

Dans le cas d'une fermeture brusque, la valeur de la surpression maximale est donnée par la formule de Joukowski-Alliévi :

$$\Delta h = \frac{a \cdot U_0}{g}$$

- Q2** Pour 6 valeurs du débit bien réparties,
- Vérifier la périodicité des oscillations et comparer aux résultats théoriques
 - Mesurer l'amplitude des oscillations et comparer avec les valeurs calculables.

Les mesures peuvent s'effectuer directement sur l'écran de l'oscilloscope. Il est inutile d'imprimer l'ensemble des courbes obtenues. Par contre, joindre 2 courbes au choix et indiquer clairement les relevés effectués.

Q 3 Etude qualitative de la cavitation

Sur les 2 tracés joints, analyser qualitativement le phénomène lié à l'évolution de poches de cavitation (la surpression se réfléchit en une dépression assez forte pour qu'il y ait vaporisation locale du liquide). Où peut on mettre en évidence ce phénomène ?

Q 4 Donner l'expression théorique de la surpression ΔP (bars) en fonction du débit q_v ($l \cdot h^{-1}$)

Q 5 Tracer la courbe théorique ΔP (bars) = $f(q_v)$, et placer sur le même graphique vos points expérimentaux

4. LA METHODE GRAPHIQUE DE SCHNYDER-BERGERON

Les méthodes analytiques de calcul du coup de bélier et les formules auxquelles elles aboutissent n'ont en définitive qu'un champ d'application assez restreint. Elles ne tiennent pas compte notamment de l'influence des pertes de charge ni des caractéristiques très variées des conduites industrielles et des conditions très variables des manœuvres de fermeture ou d'ouverture.

Il existe une méthode graphique due à Schnyder (1929) et à Bergeron (1931) qui permet de traiter et de résoudre les problèmes d'une manière beaucoup plus pratique.

Le principe de la méthode peut s'énoncer comme suit : si un observateur part d'un point de la conduite M au temps t où le régime est (h_M, q_{vM}) et s'il se déplace dans la conduite avec la célérité a des ondes, il constate qu'en tout lieu au moment où il passe, la pression h et le débit q_v sont liés par la même loi linéaire qui ne dépend que des constantes a et S de la conduite, du régime (h_M, q_{vM}) existant à l'instant et au lieu de son départ et du sens de son déplacement.

Un observateur se déplaçant en sens inverse de la vitesse d'écoulement verra l'onde F conserver sa valeur et en tout lieu où il passera il constatera que :

$$h - h_M = \frac{a}{g \cdot S} \cdot (q_v - q_{vM})$$

Pour un observateur qui se déplace en sens inverse, on a

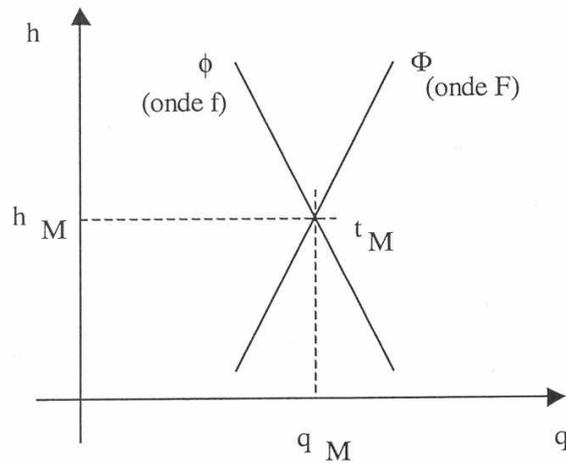
$$h - h_M = -\frac{a}{g \cdot S} \cdot (q_v - q_{vM})$$

Application

On étudie un tronçon de conduite de longueur L et de section S dans lequel la célérité des ondes est a , terminé à une de ses extrémités par une vanne V et à l'autre relié au réseau urbain, R , dont les courbes caractéristiques $h(q_v)$ sont respectivement ψ_V et ψ_R . On supposera la caractéristique du réseau urbain constante dans le temps.

Q 6 Déterminer les caractéristiques des 2 extrémités de la conduite. Discuter l'allure des courbes et comparer à la caractéristique du réseau urbain en l'absence de perte de charge.

Pour la commodité de construction et d'interprétation des épures, on adopte la convention suivante : Les coordonnées du point figuratif étant la hauteur (pression exprimée en m C.E) h et le débit q_v que l'observateur constate à un temps t en un lieu M , ce point sera désigné par une lettre (ou un chiffre) qui indiquera le temps, affectée d'un indice qui indiquera le lieu, soit t_M .



L'unité de temps choisie est $\tau = L/a = 1$, temps mis par l'observateur pour se déplacer entre les deux extrémités V et R.

Q 7 Pour les deux valeurs de débits initiaux des tracés joints, effectuer la construction de Schnyder-Bergeron.

Q 8 Relever les coordonnées successives de t_v (h , q_v). Comparer aux mesures effectuées et commenter.

COUP DE BELIER

Compte rendu expérimental

Groupe :	Date :
Noms :

Q 1 Caractéristiques du système

		unité
<u>Le fluide :</u>		
ρ , masse volumique	<input type="text"/>	kg.m ⁻³
K, Compressibilité	<input type="text"/>	m ² .N ⁻¹
<u>La conduite :</u>		
l, longueur	<input type="text"/>	m
e, épaisseur	<input type="text"/>	m
D, diamètre intérieur	<input type="text"/>	m
S, section	<input type="text"/>	m ²
E, module d'élasticité du cuivre	<input type="text"/>	N.m ⁻²
a, célérité des ondes	<input type="text"/>	m.s ⁻¹

Q 2 Pour 6 valeurs du débit,

- Vérifier la périodicité des oscillations et comparer aux résultats théoriques
- Mesurer l'amplitude des oscillations et comparer avec les valeurs calculables.

Les mesures peuvent s'effectuer directement sur l'écran de l'oscilloscope. Il est inutile d'imprimer l'ensemble des courbes obtenues. Par contre, joindre 2 courbes au choix et indiquer clairement les relevés effectués.

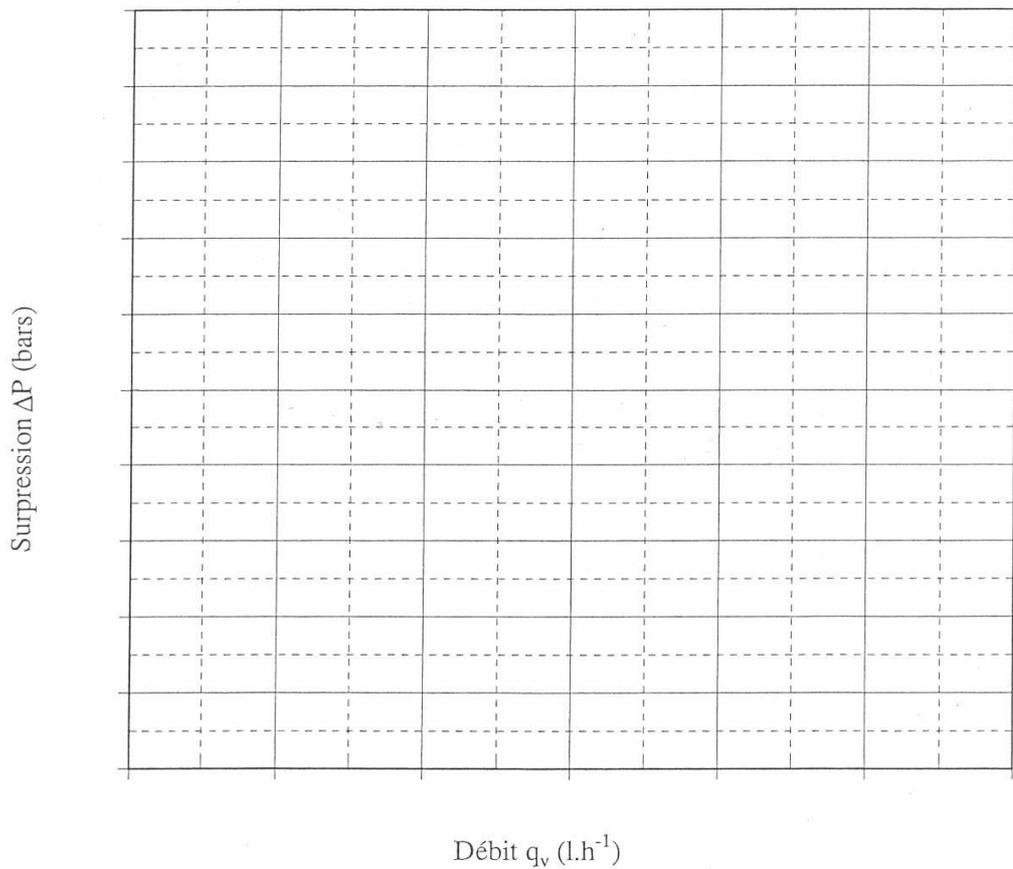
Tableau de mesures et de calculs

		unité	mesures							théorie	
			1	2	3	4	5	6	7	ΔP	T
										(.....)	(.....)
Q l/h	ΔP	V bars									
.....	T										
Q l/h	ΔP	V bars									
.....	T										
Q l/h	ΔP	V bars									
.....	T										
Q l/h	ΔP	V bars									
.....	T										
Q l/h	ΔP	V bars									
.....	T										
Q l/h	ΔP	V bars									
.....	T										

Groupe:	Date :
Noms:

Q 4 Expression de la surpression théorique, ΔP (bars) = $f(q_v)$ ($l.h^{-1}$)

Q 5 Surpression expérimentale et théorique



Groupe:	Date :
Noms:

Commentaires

Q 6 Déterminer les caractéristiques $h = f(q_v)$ des deux extrémités de la conduite, V (vanne) et R (réseau urbain), ψ_V et ψ_R
Discuter l'allure des courbes et comparer à la caractéristique du réseau urbain en l'absence de perte de charge.

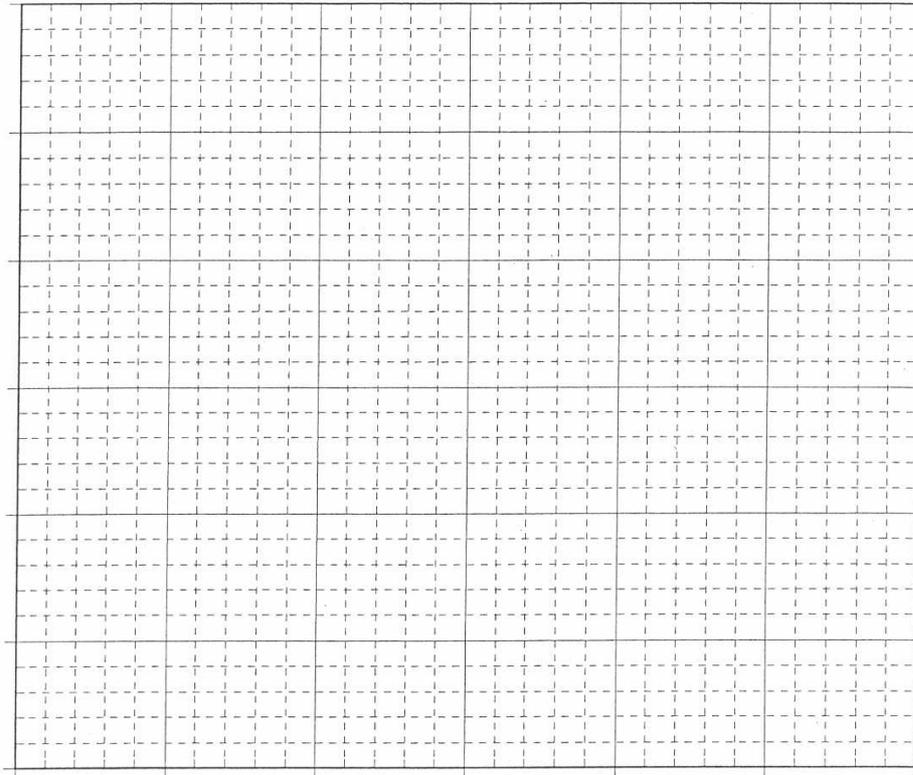
q_v (.....)										
h (.....)										
h (.....)										
h (m C.E)										

q_v (.....)										
h (.....)										
h (.....)										
h (m C.E)										

Commentaires

Groupe: Date :
Noms:

h (m C.E)



Débit q_v (l.h⁻¹)

Q 7 Construction graphique de Schnyder-Bergeron

Pour les 2 valeurs de débits initiaux des tracés joints, effectuer la construction graphique de Schnyder-Bergeron sur les deux feuilles de papier millimétré fournies. Expliquer succinctement la démarche suivie.

Groupe:	Date :
Noms:

Q 8 Interprétation du graphique de Schnyder-Bergeron

Relever les coordonnées successives de tV ($h, {}^tQ$), le point V étant situé au niveau de la vanne. Comparer aux mesures effectuées et commenter.

	q_v	l/h				q_v	l/h		
1V (h)	mes.				${}^{21}V$ (h)	mes.			
	graph.					graph.			
3V (h)	mes.				${}^{23}V$ (h)	mes.			
	graph.					graph.			
5V (h)	mes.				${}^{25}V$ (h)	mes.			
	graph.					graph.			
7V (h)	mes.				${}^{27}V$ (h)	mes.			
	graph.					graph.			
9V (h)	mes.				${}^{29}V$ (h)	mes.			
	graph.					graph.			
${}^{11}V$ (h)	mes.				${}^{31}V$ (h)	mes.			
	graph.					graph.			
${}^{13}V$ (h)	mes.				${}^{33}V$ (h)	mes.			
	graph.					graph.			
${}^{15}V$ (h)	mes.				${}^{35}V$ (h)	mes.			
	graph.					graph.			
${}^{17}V$ (h)	mes.				${}^{37}V$ (h)	mes.			
	graph.					graph.			
${}^{19}V$ (h)	mes.				${}^{39}V$ (h)	mes.			
	graph.					graph.			

Commentaires

Groupe: Date :

Noms: