

ACTION D'UN JET SUR UN OBSTACLE

Compte rendu expérimental

Groupe :

Date :

Noms :

.....

.....

I. CALCULS PRIMAIRES

Mesure de l'action du jet R_z

➤ Q1 : En notant M_R , le moment induit autour de O par le ressort, et P , le poids de l'obstacle et de son support (le centre de gravité de l'ensemble est distant de a du centre O), appliquer les équations d'équilibre des moments au levier (avec ou sans jet) par rapport à l'axe O pour établir la relation entre la force exercée sur le déflecteur et la position x de la masse par rapport au zéro.

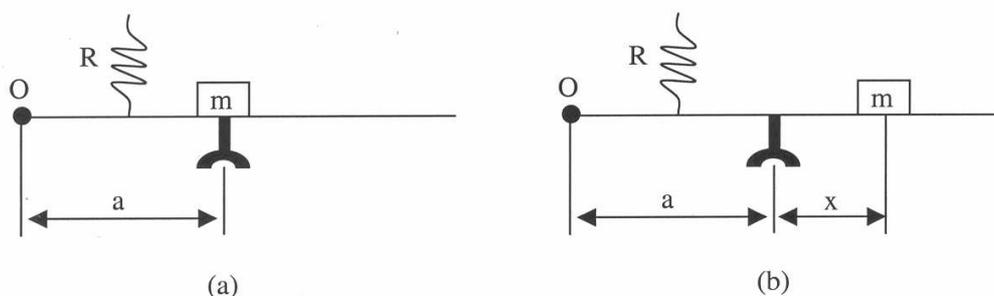


Figure 2 : Schéma d'équilibre de la balance

En notant M_R , le moment induit autour de O par le ressort, et P , le poids de l'obstacle et de son support (le centre de gravité de l'ensemble est distant de a du centre O), on obtient l'équation d'équilibre des moments sans jet par rapport à l'axe O (cf. figure 2a) :

$$M_R - aP - amg = 0$$

Lorsque l'obstacle est soumis à l'action du jet R_z , on établit l'équilibre en déplaçant le curseur à la position $a+x$. L'équilibre d'équilibre est alors (cf. figure 2b):

$$M_R - aP - (a+x)mg + aR_z = 0$$

Par différence, il résulte :

$$R_z = mg \times x/a$$

Mesure du débit

➤ **Q2** : Ouvrir la vanne à plein régime. Faire 5 mesures différentes de débit. Réduire ensuite le débit deux fois pour effectuer d'autres mesures (essayer d'avoir les trois valeurs du débit régulièrement espacées). Compléter alors le tableau 1, puis déduire l'erreur maximale commise dans la mesure du débit. Il faut bien noter la valeur de la masse accrochée.

Tableau 1 : Mesure du débit : reproductibilité des mesures

N° d'essai	M = 10 kg		M = 8 kg		M = 6 kg	
	t(s)	Q _v (l/s)	t(s)	Q _v (l/s)	t(s)	Q _v (l/s)
1	67.58	0.444	57.23	0.419	52.92	0.340
2	65.63	0.457	57.59	0.417	52.75	0.341
3	64.73	0.463	56.99	0.421	52.40	0.344
4	65.94	0.455	56.90	0.422	52.35	0.344
5	65.37	0.459	56.97	0.421	51.72	0.348

Commentaire

Le tableau 1 montre les mesures des débits effectuées. On peut voir une bonne reproductibilité des mesures. Pour l'ensemble des mesures, l'erreur maximale commise dans la manipulation est de 2.5%.

II. THEORIE

➤ Q3 : Considérons, figure 4, un jet axisymétrique de révolution, à la pression atmosphérique, qui vient frapper un obstacle de révolution, les deux axes de révolution étant confondus. Le jet est dévié par cet obstacle qui subit l'action hydrodynamique du jet sur sa surface intérieure ainsi que l'action de la pesanteur atmosphérique sur sa surface extérieure. Montrer d'après le théorème d'Euler que l'action globale R_z sur l'obstacle (qui peut être mesurée sur le dispositif expérimental, selon la direction z sur l'installation de travaux pratiques) s'écrit :

$$R_z = \rho Q_v (V_1 + V_2 \sin \alpha) \quad (1)$$

où Q_v est le débit volumique

Préciser l'ensemble des hypothèses utilisées dans le calcul.

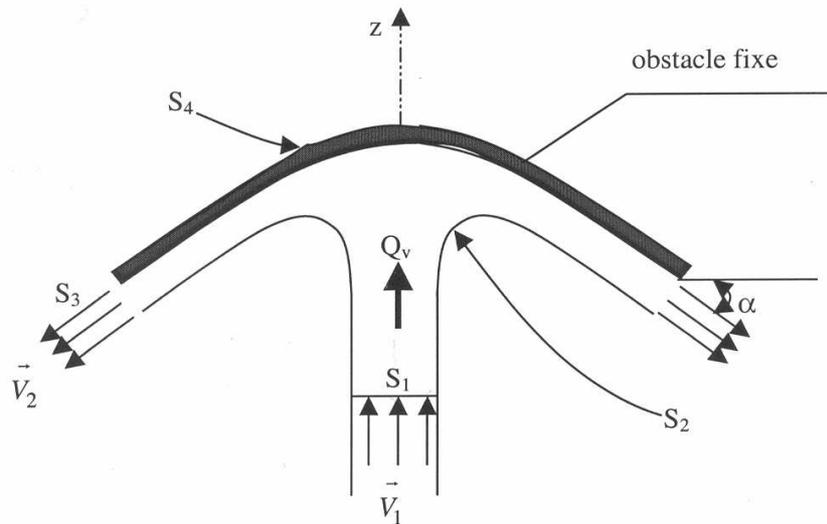


Figure 4 : Représentation du domaine de fluide utilisé dans le calcul

Rappelons que le théorème d'Euler s'écrit pour tube de courant comme suit :

$$\rho \int_S \vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{n}) d\sigma = \sum \vec{F}_{ext}$$

Afin de déterminer l'action globale R_z sur l'obstacle nous allons projeter cette équation suivant l'axe Oz :

- La quantité de mouvement :
 - a) Sur la surface S_1 , on a :

$$\rho \int_{S_1} \vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{n}) d\sigma \Big|_{Oz} = -\rho Q_v V_1$$

Groupe :

Date :

Noms :

.....

.....

b) Sur la surface S_2 la quantité de mouvement est nulle car ici $\vec{V} \perp \vec{n}$

c) Sur la surface S_3 , on a :

$$\rho \int_{S_3} \vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{n}) d\sigma \Big|_{Oz} = -\rho Q_v V_2 \sin \alpha$$

d) Sur la surface S_4 la quantité de mouvement est nulle avec la condition d'adhérence à la paroi ($\vec{V} = \vec{0}$).

La quantité de mouvement du courant liquide représenté sur la figure 4 est donc :

$$\rho \int_S \vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{n}) d\sigma = -\rho Q_v (V_1 + V_2 \sin \alpha)$$

- La somme des forces extérieures :

Nous supposons que le poids du courant liquide et le frottement entre l'air et le liquide sont négligeables. Ainsi, puisque le courant liquide est soumis à l'action de la pression atmosphérique sur l'ensemble des surfaces S_1 , S_2 et S_3 (on peut prendre $p_{atm} = 0$ comme référence), il résulte que la seule force extérieure appliquée sur le courant liquide considéré est celle de l'action globale R_z sur l'obstacle, soit :

$$\sum \vec{F}_{ext} = -R_z$$

Ces deux dernières équations sont égales selon le théorème d'Euler, d'où :

$$R_z = \rho Q_v (V_1 + V_2 \sin \alpha)$$

➤ **Q4** : Appliquer le théorème de Bernoulli pour démontrer que $V_1 = V_2 = V$. Préciser l'ensemble des hypothèses utilisées dans le calcul.

Prenons un filet liquide du courant liquide représenté sur la figure 4. En négligeant les pertes de charge depuis la section S_1 jusqu'à la section S_3 , il vient d'après le théorème de Bernoulli :

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Puisque $p_1 = p_2 = p_{atm}$ et en négligeant la différence d'altitude $z_2 - z_1$, il apparaît immédiatement que $V_1 = V_2$, d'où :

$$R_z = \rho \frac{Q_v^2}{S_1} (1 + \sin \alpha) \quad (2)$$

avec la condition qu'à la sortie la section du jet est la même que celle du gicleur, c'est à dire $Q_v = S_1 V_1$.

Groupe :

Date :

Noms :

.....

.....

➤ **Q5** : Pour chaque cas (déflecteur plat ou hémisphérique), déduire d'après l'équation [6] les relations théoriques qui lie R_z à la quantité de mouvement $W = \rho Q_v^2 / S_1$. Préciser quelle est le type de déflecteur qui donne le meilleur rendement.

Dans le cas d'un disque, on peut prendre α est égal à 0° . $\sin \alpha$ est donc égal à 0 et :

$$R_z = \rho \frac{Q_v^2}{S_1} = W$$

Pour un hémisphère, α est égal à 90° . $\sin \alpha$ est donc égal à 1 et :

$$R_z = 2\rho \frac{Q_v^2}{S_1} = 2W$$

Le double de la force appliquée au disque à débit égal. Donc, c'est l' hémisphère qui donne le meilleur rendement.

Groupe :

Date :

Noms :

III. ETUDE EXPERIMENTALE

➤ **Q6** : Représenter les mesures dans les tableaux 2 et 3, respectivement pour le disque et pour l'hémisphère. Reporter également les résultats expérimentaux sur le graphique 5. Choisir la variable en abscisse de manière à faire apparaître la linéarité entre la force R_z et la quantité de mouvement W . Faire un calcul d'erreur et déduire les pentes expérimentales moyennes.

Tableau 2 (Q6) : Mesures relatives au disque

$M_{\text{accrochée}} (kg)$	t (s)	x (mm)	$Q_v (l/s)$	$W (mkg/s^2)$	$R_z (N)$ (expérience)	$R_z (N)$ théorie (expérience)
10	65.60	66	0.457	2.66	2.59	2.66
10	72.66	56	0.413	2.17	2.20	2.17
10	78.69	46	0.381	1.85	1.805	1.85
8	71.87	36	0.334	1.42	1.41	1.42
6	61.79	26	0.291	1.08	1.02	1.08
4	49.29	16	0.243	0.755	0.63	0.755
4	79.40	6	0.151	0.29	0.24	0.29

Tableau 3 (Q6) : Mesures relatives à l'hémisphère.

$M_{\text{accrochée}} (kg)$	t (s)	x (mm)	$Q_v (l/s)$	$W (mkg/s^2)$	$R_z (N)$ (expérience)	$R_z (N)$ (théorie)
10	66.15	125	0.454	2.62	4.91	5.24
10	69.25	115	0.433	2.39	4.51	4.78
10	77.22	95	0.389	1.92	3.73	3.85
8	64.26	85	0.373	1.78	3.34	3.55
8	69.63	75	0.345	1.51	2.94	3.03
8	74.59	65	0.322	1.32	2.55	2.64
8	80.56	55	0.298	1.13	2.16	2.26
6	64.46	45	0.279	0.99	1.77	1.99
6	76.70	35	0.235	0.70	1.37	1.40
4	59.61	25	0.201	0.52	0.98	1.03
4	80.26	15	0.150	0.28	0.59	0.57
2	62.86	5	0.095	0.12	0.20	0.23

Calcul d'erreur et pentes expérimentales

L'erreur commise sur la mesure de la quantité de mouvement W est double de celle du débit. On a donc :

$$\frac{\Delta W}{W} = 2 \frac{\Delta Q}{Q} \approx 5\%$$

D'après la relation qui lie R_z à x , on a :

$$\Delta R_z = \frac{mg}{a} \times \Delta x$$

On a estimé d'après notre manipulation que $\Delta x = \mp 2 \text{ mm}$, soit :

$$\Delta R_z \approx \mp 0.08 \text{ N}$$

Les mesures et leurs barres d'erreur sont représentés sur la figure 5. On peut alors tirer les pentes expérimentales moyennes. Pour le disque, on a :

$$R_z \approx 0.98W$$

et pour l'hémisphère :

$$R_z \approx 1.90W$$

Q7 : Sur le même graphe, représenter pour chaque cas (déflecteur plat ou hémisphérique) les relations théoriques. Comparer alors les résultats théoriques et expérimentaux. On pourra s'aider pour cela des calculs d'erreur sur les mesures et d'une critique des hypothèses utilisées pour le calcul théorique.

Commentaire

Pour chaque cas (déflecteur plat ou hémisphérique), nous avons présenté les relations théoriques graphiquement sur la figure 5. Compte tenu des erreurs effectuées sur les mesures, on peut constater un petit écart avec la théorie, notamment dans le cas du déflecteur hémisphérique. Dans le cas du disque, on attribue ce désaccord à l'influence du poids et aux frottements entre l'air et le liquide. Mais dans le cas du déflecteur hémisphérique, les pertes par frottement ont aussi un rôle à jouer qui font que $V_2 \approx V_1$.

Figure 5 (Q6 et Q7) : Représentation graphique des mesures

