Exercices à rendre - 3

1 Question de cours

Dans quelle direction est orientée un vecteur vitesse de rotation ?

2 Repère Terrestre - Repère Géocentrique

Ecrivez les vecteurs position, vitesse et accélération dans le repère terrestre d'un point M qui tourne autour de la terre ($||\overrightarrow{OM}|| = r$) suivant un méridien (cercle qui passe par les poles) avec la vitesse de rotation $-\dot{\theta}\vec{u_k} = \overrightarrow{cte}$: (Faîtes un schéma au dos de la feuille pour vous aider.)

- $\overrightarrow{OM} =$
- $\overrightarrow{V(M)_T} =$
- $\overrightarrow{\gamma(M)_T} =$

Ecrivez à présent ces mêmes vecteurs dans le repère géocentrique : (Faîtes un schéma au dos de la feuille pour vous aider.)

- $\overrightarrow{OM} =$
- $\overrightarrow{V(M)_G} =$
- $\overrightarrow{\gamma(M)_G} =$

3 Changement de repères

Soit une rivière de largeur d qui s'écoule à la vitesse $\overrightarrow{V_e} = V_e \overrightarrow{i}$. La rivière est bordée de chaque coté par deux berges rectilignes et parallèles. Un canoë (C) veut traverser la rivière. Il se déplace sur la rivière avec la vitesse $\overrightarrow{V_B}$ telle que $(\widehat{\overrightarrow{V_B}, \overrightarrow{i}}) = \theta$ où $\overrightarrow{i}$ est un vecteur unitaire parallèle à la berge. On définit 2 repères. Le premier $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est se déplace avec le courant de la rivière. Le deuxième $(A, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est rattaché aux berges. On se facilitera les calculs en faisant coïncider les points O et A à t=0.

Faites un shéma représentant les différents données du problème :

Exprimez les vecteurs vitesse et position du canoë dans les deux repères :

- $\overrightarrow{V(C)_{R_1}} =$
- $\overrightarrow{OC} =$
- $\overrightarrow{V(C)_{R_2}} =$
- $\overrightarrow{AC} =$

Déterminez le temps de traverser du canoë en fonction des différents paramètres :
$t_c =$

Calculez la norme des vecteurs positions du canoë, dans les deux repères, à l'instant $t = t_c$:

- $||\overrightarrow{OC_{t_c}}|| =$
- $||A\vec{C}_{t_c}|| =$

En déduire une relation entre θ, V_e et V_B permettant de vérifier $||\overrightarrow{OC_{t_c}}|| = ||\overrightarrow{AC_{t_c}}||$ (La distance séparant le point de départ et le point d'arrivée est identique dans les deux repères).

$\theta =$

4 Rappel :

Repère Terrestre : Repère dont le centre O coïncide avec le centre de la terre et qui tourne avec la terre (un point à la surface de la terre est fixe dans ce repère).

Repère Géocentrique : Repère dont le centre O' coïncide avec le centre de la terre mais qui ne tourne pas avec la terre (un point à la surface de la terre tourne dans ce repère avec la vitesse de rotation de la terre).

Loi de composition de dérivée de vecteurs : Soit un vecteur quelconque $\overrightarrow{AB(t)}$ dont les propriétés changent avec le temps. Soit R_1 et R_2 deux repères quelconques. La dérivée de $\overrightarrow{AB(t)}$ rapport au temps dans R_1 s'écrit en fonction de celle dans R_2 de la façon suivante :

$$\frac{d\overrightarrow{AB(t)}}{dt_{R_1}} = \frac{d\overrightarrow{AB(t)}}{dt_{R_2}} + \overrightarrow{\Omega_{R_2/R_1}} \wedge \overrightarrow{AB(t)}$$

Loi de composition des vitesses : Soit le repère R_1 de centre O_1 et le repère R_2 de centre O_2, la vitesse d'un point M dans R_1 s'écrit (en fonction de celle dans R_2) :

$$\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt_{R_1}} = \frac{d\overrightarrow{O_1O_2}}{dt_{R_1}} + \frac{d\overrightarrow{O_2M}}{dt_{R_1}}$$

$$\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt_{R_1}} = \frac{d\overrightarrow{O_1O_2}}{dt_{R_1}} + \frac{d\overrightarrow{O_2M}}{dt_{R_2}} + \overrightarrow{\Omega_{R_2/R_1}} \wedge \overrightarrow{O_2M}$$

$$\overrightarrow{V(M)_{R_1}} = \frac{d\overrightarrow{O_1O_2}}{dt} + \overrightarrow{V(M)_{R_2}} + \overrightarrow{\Omega_{R_2/R_1}} \wedge \overrightarrow{O_2M}$$

Loi de composition des accélérations : Soit le repère R_1 de centre O_1 et le repère R_2 de centre O_2, l'accélération d'un point M dans R_1 s'écrit (en fonction de celle dans R_2) :

$$\overrightarrow{\gamma(M)_{R_1}} = \overrightarrow{\gamma(M)_{R_2}} + 2\overrightarrow{\Omega_{R_2/R_1}} \wedge \overrightarrow{V(M)_{R_2}} + \overrightarrow{\Omega_{R_2/R_1}} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R_2/R_1}} \wedge \overrightarrow{O_2M} + \frac{d\overrightarrow{\Omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O_2M}$$