

T.D. n°5

Second Principe Fondamental

Problème 1 : Mouvement d'un cylindre sur un plan incliné

Un cylindre pesant d'inertie I , de masse M et de rayon R est entraîné par une masse m suspendue à un fil enroulé autour de lui. Il est lancé vers le haut d'un plan incliné d'angle α avec une vitesse initiale V_0 . Le roulement sur le plan se fait sans glissement à la limite du frottement f sur la figure 1.

2.1. Faire le bilan des forces qui agissent sur le cylindre. On suppose un rapport constant de f entre les forces normales et tangentielles, et $N = (M + m)g \cos \alpha$. L'inertie du cylindre est donnée par :

$$\underline{\underline{I}} = \frac{MR^2}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$$

2.2. Appliquer le second principe de la dynamique, et trouver une intégrale seconde du mouvement.

2.3. Trouver la relation entre V_0 et la vitesse de rotation initiale du cylindre. En déduire une intégrale première du mouvement.

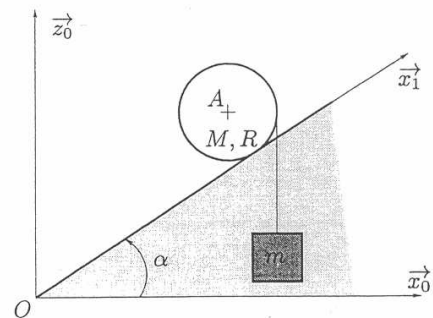


Fig 1. : Le déplacement du cylindre sur le plan incliné.

Problème 2 : Vitesse de rotation d'une machine tournante entraînée par un moteur

Un moteur entraîne par l'intermédiaire d'un axe avec un couple $\vec{M}_1 = M_1 \vec{i}$, une machine tournante dont le couple résistant est $\vec{M}_2 = -M_2 \vec{i}$. À la mise en route $M_1 > M_2$ avec un angle et une vitesse de rotation nuls. Les frottements sont supposés visqueux et exercent un couple résistant proportionnels à la vitesse $\vec{M}_f = -\alpha \theta \vec{i}$. L'inertie de la partie rotative du moteur et de la machine peut se mettre sous la forme :

$$\underline{\underline{I}} = \frac{MR^2}{4} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) + \frac{ML^2}{12} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$$

avec un axe de rotation de rayon R , de longueur L et de masse M dirigée selon \vec{x} .

3.1. Appliquer le second principe de la mécanique et trouver l'accélération angulaire du mouvement.

3.2. En tenant compte de la condition initiale sur l'angle de rotation et la vitesse de rotation, trouver l'équation du mouvement.

3.3. Quel est le régime stationnaire obtenu ? À quelles conditions arrive-t-on à une stabilisation rapide ?

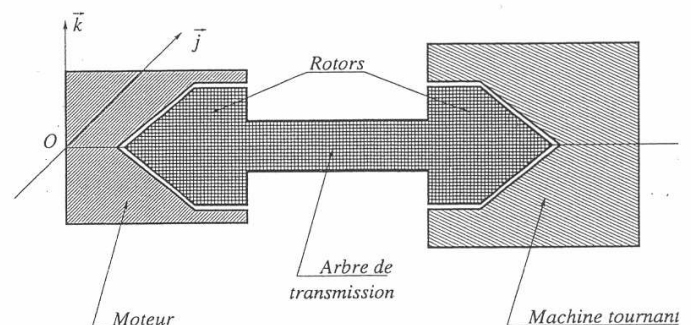


Fig 2. : Le moteur et la machine tournante.